МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
математической физики
и информационных технологий

С.А. Переселков

20.05.2025г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.19 Теория функций комплексного переменного

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

03.03.03 Радиофизика

2. Профиль подготовки/специализация: Радиофизика, электроника и инфокоммуникации.

3. Квалификация выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: 0803 кафедра математической физики и информационных технологий

6. Составители программы: Переселков Сергей Алексеевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой.

7. Рекомендована: Научно-методическим советом физического факультета, протокол № от 23.05.2025г.

8. Учебный год: 2026/2027 **Семестр(ы):** 3

9.Цели и задачи учебной дисциплины

Целью освоения учебной дисциплины является: формирование у обучающихся определенного состава компетенций (результатов освоения) для подготовки к профессиональной деятельности.
Задачи учебной дисциплины:
изучение операций с комплексными числами, функций комплексного переменного, условий Коши-Римана, интегралов по кривым в комплексной плоскости, методов разложения аналитических функций в ряды Тейлора и Лорана; применение теории вычетов для вычисления интегралов по замкнутым и бесконечным контурам, изучение методов аналитического продолжения, преобразования Лапласа и операционного исчисления.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

«Теория функций комплексного переменного» относится к базовой части математического и естественнонаучного цикла. ТФКП является продолжением математического анализа и широко используется во всех разделах теоретической физики, а также в радиофизике и электронике. «Теория функций комплексного переменного» относится к числу фундаментальных разделов современной математики. Знание основ «Теории функций комплексного переменного» является важной составляющей общей математической культуры выпускника.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять базовые знания в области физики и радиофизики и использовать их в профессиональной деятельности, в том числе в сфере педагогической деятельности.	ОПК-1.1	Владеет знаниями фундаментальных разделов математики, необходимых для решения типовых профессиональных задач.	Демонстрирует знания основных операций с комплексными числами, основных элементарных функций комплексного переменного, определение аналитической функции, основные свойства и теоремы аналитических функций.
		ОПК-1.2	Оценивает границы применимости и использует математические модели, необходимые для решения типовых профессиональных задач.	Умеет определять область аналитичности функций комплексного переменного, определяет особые точки и их тип, раскладывает аналитические функции в ряды Тейлора и Лорана, применяет теорию вычетов для вычисления интегралов по замкнутым и бесконечным контурам.

		ОПК-1.3	Умеет оценивать границы применимости используемых математических моделей при решении типовых профессиональных задач.	Использует положения, законы и методы естественных наук для решения инженерных задач в сфере профессиональной деятельности.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час: 2/72

Форма промежуточной аттестации: зачет с оценкой

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			3 семестр
Аудиторные занятия		50	50
в том числе:	лекции	16	16
	практические	34	34
	лабораторные	0	0
Самостоятельная работа		22	22
в том числе: курсовая работа (проект)		0	0
Форма промежуточной аттестации *(экзамен – _час.)*		0	0
Итого:		72	72

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Комплексные числа	Определение комплексного числа (КЧ), как упорядоченной пары действительных чисел на комплексной плоскости с введенными операциями сравнения, сложения, вычитания, умножения и деления. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы КЧ. Операции над КЧ в этих формах. Формулы Эйлера и Муавра. Модуль, аргумент, главное значение аргумента, комплексно сопряженное число. Свойства операций: коммутативность, ассоциативность, дистрибутивность. Геометрическая интерпретация операций сложения и умножения. Сфера Римана.	

		Бесконечно удаленная точка.	
1.2	Элементарные функции	Определение функции комплексного переменного. Определения и основные свойства элементарных функций: корень n-й степени, экспонента, логарифм, тригонометрические (sin, cos, tg, ctg) и гиперболические (sh, ch, th, cth) функции, обратные тригонометрические и гиперболические функции, общая показательная и общая степенная функции. Главное значение или главная ветвь многозначных функций.	
1.3	Дифференцирование	Предел функции. Непрерывность. Определение производной. Определение функции, дифференцируемой в точке. Условия Коши-Римана и дифференцируемость реальной и мнимой части функции, как два необходимых условия дифференцируемости в точке. Достаточное условие дифференцируемости в точке. Способы вычисления производной. Определение аналитической функции, как функции, дифференцируемой в точке и ее окрестности или в области. Свойства аналитических функций.	
1.4	Интегрирование	Определение интеграла по кривой. Свойства интегралов. Теорема Коши для односвязной области. Теорема Коши для многосвязной области. Теоремы о первообразных. Формула Ньютона-Лейбница. Формула Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. Интегральная формула для n-й производной. Теорема Морера. Теорема Лиувилля. Теорема о среднем и принцип максимума модуля.	
1.5	Ряды	Сходимость числовых и функциональных рядов. Признак абсолютной сходимости числового ряда. Признак равномерной сходимости Вейерштрасса функционального ряда. Теорема Вейерштрасса о почленном дифференцировании и интегрировании равномерно сходящихся рядов, состоящих из аналитических функций. Степенной ряд. Теорема Абеля. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Ряд Лорана. Разложение аналитической функции в ряд Лорана.	
1.6	Теория вычетов	Особые точки. Классификация изолированных особых точек. Способы определения порядка полюса. Определение вычета. Теоремы о вычетах. Формулы вычисления вычетов. Лемма Жордана. Вычисление интегралов с помощью вычетов: контурных, преобразования Фурье, некоторых типов интегралов от действительной переменной.	
1.7	Операционное исчисление	Идея операционного исчисления. Преобразование Лапласа. Обратное преобразование Лапласа (теорема Меллина). Свойства преобразования Лапласа. Использование преобразования Лапласа для решения дифференциальных и интегральных уравнений.	
		2. Практические занятия	
2.1	Комплексные	Четыре формы представления комплексных чисел	

	числа	(КЧ): упорядоченная пара чисел на комплексной плоскости, алгебраическая, тригонометрическая и показательная. Операции сравнения, сложения, вычитания, умножения и деления над КЧ в этих формах. Формулы Эйлера и Муавра. Модуль, аргумент, главное значение аргумента, комплексно сопряженное число.	
2.2	Элементарные функции	Элементарные функции: корень n-й степени, экспонента, логарифм, тригонометрические (sin, cos, tg, ctg) и гиперболические (sh, ch, th, cth) функции, обратные тригонометрические и гиперболические функции, общая показательная и общая степенная функции. Главное значение или главная ветвь многозначных функций.	
2.3	Дифференцирование	Условия Коши-Римана в декартовых и полярных координатах. Использование достаточного условия дифференцируемости (условия Коши-Римана, плюс дифференцируемость реальной и мнимой части функции) для нахождения всех точек, где функция дифференцируема и аналитична. Таблица производных элементарных функций. Вычисление производных аналитических функций. Нахождение аналитической функции по известной действительной или мнимой части.	
2.4	Интегрирование	Прямое интегрирование. Вычисление интегралов через представление подынтегрального выражения в декартовых или полярных координатах. Интегрирование аналитических функций. Вычисление интегралов с использованием свойств интегралов от аналитических функций (теорема Коши для односвязной области, независимость от пути интегрирования, формула Ньютона-Лейбница). Вычисление контурных интегралов от аналитических функций в многосвязной области с использованием теоремы Коши для многосвязной области, формулы Коши и интегральной формулы для n-й производной.	
2.5	Ряды	Разложение аналитических функций в ряд Тейлора в круге аналитичности (в окрестности правильной точки). Разложение аналитических функций в ряд Лорана в кольце аналитичности (в окрестности конечной особой точки, в окрестности бесконечности, в произвольном кольце). Приемы использования стандартных разложений: бесконечной геометрической прогрессии для разложения в ряды дробей; разложение экспоненты, синуса, косинуса и т.д. для соответствующих функций. Вычисление контурных интегралов, с помощью разложения подынтегральных функций в ряд Лорана.	
2.6.	Теория вычетов	Нахождение у заданной функции всех особых точек, изолированных особых точек (ИОТ) и определение типа ИОТ. Способы определения порядка полюса. Вычисление вычетов в ИОТ. Вычисление интегралов с помощью вычетов: контурных, преобразования Фурье, некоторых типов интегралов от	

		действительной переменной.	
2.7	Операционное исчисление	Использование преобразования Лапласа для решения дифференциальных и интегральных уравнений.	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Комплексные числа	2	4		2	8
2	Элементарные функции	2	4		3	9
3	Дифференцирование	2	4		3	9
4	Интегрирование	2	6		4	12
5	Ряды	2	6		4	12
6	Теория вычетов	4	6		4	14
7	Операционное исчисление	2	4		2	8
	Итого:	16	34		22	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении дисциплины рекомендуется использовать следующие средства:
- материалы, выкладываемые в курсе ТФКП на базе портала edu.vsu.ru;
- рекомендуемую основную и дополнительную литературу;
- методические указания и пособия;
- контрольные задания для закрепления теоретического материала;
- электронные версии учебников и методических указаний для выполнения практических работ.

Форма организации самостоятельной работы: подготовка к аудиторным занятиям; выполнение домашних заданий; выполнение контрольных работ.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины *(список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)*

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Крупин В.Г. Высшая математика. Теория функций комплексного переменного. Операционное исчисление. Сборник задач с решениями: учебное пособие / Крупин В.Г., Павлов А.Л., Попов Л.Г. — Москва: МЭИ, 2019. — с. — Высшая математика. Теория функций комплексного переменного. Операционное исчисление. Сборник задач с решениями [Электронный ресурс]: учебное пособие / Крупин В.Г. - М.: Издательский дом МЭИ, 2019. — ISBN 5-383-01224-6. — <URL:https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785383012246.html>.
2	Горушкина Н.В. Математика: теория функций комплексного переменного: практикум / Горушкина Н.В., Карасев В.А., Лёвшина Г.Д. — Москва, МИСиС, 2019. — 101 с. — Математика: теория функций комплексного переменного [Электронный ресурс]: практикум / Н.В. Горушкина, В.А. Карасев, Г.Д. Лёвшина.

	- М.: МИСиС, 2019. — ISBN 5-907061-15-6. — <URL:https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785907061156.html>.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Свешников А.Г. Теория функций комплексной переменной: учебник для студ. физ. специальностей и специальности "Прикладная математика" / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. — Изд. 6-е, стер. — М.: Физматлит, 2004. — 335 с.: ил. — (Курс высшей математики и математической физики / под ред.: А.Н. Тихонова [и др.]; Вып. 5) (Классический университетский учебник). — ISBN 5-9221-0133-1.
2	Сидоров Ю.В. Лекции по теории функций комплексного переменного: учебник / Ю.В. Сидоров, М.В. Федорюк, М.И. Шабунин. — Москва: Наука, 1989. — 477.
3	Теория функций комплексной переменной : учебно-методическое пособие по специальностям: 010801 (013800) - Радиофизика и электроника, 010803 (014100) - Микроэлектроника и полупроводниковые приборы, 010701 (010400) - Физика / Воронеж. гос. ун-т; сост. Е.И. Деревягина .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2005 .— 39 с. : ил. — Библиогр.: с.38 .— <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/jun05005.pdf>.
4	Косарев А.А. Решение задач по методам математической физики: Учеб. пособие / А.А. Косарев, Н.Ф. Дормодихина, Л.А. Крупицына. — Воронеж, 1982. — 84 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)***:**

№ п/п	Ресурс
1	www.lib.vsu.ru – ЗНБ ВГУ
2	http://e.lanbook.com/ - ЭБС «Лань»
3	http://www.book.ru/ - ЭБС «Book.ru»

* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы, онлайн-курсы, ЭУМК

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы *(учебно-методические рекомендации, пособия, задачники, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)*

№ п/п	Источник
1	Теория функций комплексной переменной: учебно-методическое пособие по специальностям: 010801 (013800) - Радиофизика и электроника, 010803 (014100) - Микроэлектроника и полупроводниковые приборы, 010701 (010400) - Физика / Воронеж. гос. ун-т; сост. Е.И. Деревягина. — Воронеж: ЛОП ВГУ, 2005. — 39 с. : ил. — Библиогр.: с.38 .— <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/jun05005.pdf>.
2	Косарев А.А. Решение задач по методам математической физики: Учеб. пособие / А.А. Косарев, Н.Ф. Дормодихина, Л.А. Крупицына. — Воронеж, 1982. — 84 с.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Курс «Теория функций комплексной переменной» (ТФКП) на базе портала edu.vsu.ru.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:
Лекционная аудитория, аудитории для проведения практических занятий.

---

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Разделы 1-3	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа 1
2	Разделы 4-5		ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа 2
3	Разделы 6-7		ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Контрольная работа 3
Промежуточная аттестация форма контроля — зачет с оценкой				Перечень теоретических вопросов Практическое задание

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:
– контрольные работы;

Перечень заданий для контрольных работ

Контрольная работа № 1

КИМ 1

1. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

1.1. Найдите $\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$, $|z|$, $\arg z$, ($-\pi < \arg z \le \pi$), если $z = \dfrac{2-3i}{1+3i}$.

1.2. Вычислите: $\left(i\sqrt{3}-1\right)^9$.

2. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

2.1. Найдите все значения функций $f(z)$ в указанных точках. Ответ приведите в алгебраической форме $f(z) = u + iv$:

а) e^z при $z = 3-2i$;
б) $\sin z$ при $z = -i$;
в) $\sqrt[3]{z}$ при $z = 8i$;
г) $\operatorname{Ln} z$ при $z = -5$.

2.2. Найдите все корни уравнения: $\cos z = 2$.

3. ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

3.1. Найдите все точки, где функция $f(z) = z \operatorname{Im} z$: а) дифференцируема; б) аналитична. Найдите производную в точках дифференцируемости.

3.2. Для аналитической функции $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ известно, что $u = x^2 - y^2 - 2x$, $f(0) = 0$. Найдите функцию v.

КИМ 2

1. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

1.1. Найдите $\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$, $|z|$, $\arg z$, ($-\pi < \arg z \le \pi$), если $z = \dfrac{3-2i}{i-2}$.

1.2. Вычислите: $\left(-\sqrt{3}-i\right)^{10}$.

2. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

2.1. Найдите все значения функций $f(z)$ в указанных точках. Ответ приведите в алгебраической форме $f(z) = u + iv$:

а) e^z при $z = -2+3i$;
в) $\operatorname{ch} z$ при $z = 2i$;
г) $\sqrt[4]{z}$ при $z = 16i$;
е) 2^z при $z = i$.

2.2. Найдите все корни уравнения: $\sin z = 2$.

3. ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

3.1. Найдите все точки, где функция $f(z) = z \operatorname{Re} z$: а) дифференцируема; б) аналитична. Найдите производную в точках дифференцируемости.

3.2. Для аналитической функции $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ известно, что $u = e^x \cos y$, $f(0) = 1$. Найдите функцию v.

Контрольная работа № 2

КИМ 1

4. ИНТЕГРИРОВАНИЕ

4.1. Вычислите интегралы:

а) $\int_{\gamma} z \operatorname{Re} z\, dz$, где γ – отрезок прямой от точки $z_1 = 0$ до $z_2 = 1 + i$;

б) $\int_{\gamma^+} |z| \operatorname{Im} z\, dz$, где γ^+ – полуокружность $|z| = 2$, $\operatorname{Im} z \geq 0$;

в) $\int_{\gamma^+} \operatorname{ch} z\, dz$, где γ^+ – полуокружность $|z| = 1$, $\operatorname{Re} z \geq 0$;

г) $\int_{\gamma^-} \sin\left(ze^{2z}\right) dz$, где γ^- – окружность $|z - i| = 1$.

5. РЯДЫ

5.1. Разложите функцию $f(z) = \dfrac{z^2}{z + i}$ в ряд Лорана в окрестности точек: а) $z = 0$; б) $z = \infty$; в) $z = -i$. В каждом случае определите область сходимости рядов.

5.2. Разложите функцию $\dfrac{3z + 1}{z^2 - z - 6}$ в ряд Лорана в кольце $2 < |z| < 3$.

КИМ 2

4. ИНТЕГРИРОВАНИЕ

4.1. Вычислите интегралы:

а) $\int_{\gamma} \operatorname{Re} z \operatorname{Im} z\, dz$, где γ – отрезок прямой от точки $z_1 = 0$ до $z_2 = 1 + 2i$;

б) $\int_{\gamma^+} |z| \operatorname{Re} z\, dz$, где γ^+ – полуокружность $|z| = 1$, $\operatorname{Im} z \geq 0$;

в) $\int_{\gamma^+} \operatorname{sh} z\, dz$, где γ^+ – полуокружность $|z| = 2$, $\operatorname{Re} z \geq 0$;

г) $\int_{\gamma^+} \operatorname{sh} z\, dz$, где γ^+ – окружность $|z| = 2$.

5. РЯДЫ

5.1. Разложите функцию $f(z) = \dfrac{z}{z - i}$ в ряд Лорана в окрестности точек: а) $z = 0$; б) $z = \infty$; в) $z = i$. В каждом случае определите область сходимости рядов.

5.2. Разложите функцию $\dfrac{z - 4}{z^2 + z - 2}$ в ряд Лорана в кольце $1 < |z| < 2$.

Контрольная работа № 3

КИМ 1

6. ТЕОРИЯ ВЫЧЕТОВ

6.1. Найдите все ИОТ функции $f(z)=z^3\cos\frac{1}{z}$, определите их тип и вычислите вычеты.
6.2. Вычислите интегралы:

а) $\oint\limits_{\gamma^+}\frac{e^z}{9z-z^3}dz$, γ^+: $|z-2|=3$;

б) $\int\limits_0^\infty\frac{dx}{\left(x^2+4\right)^2}$;

в) $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin x\,dx}{x^2+2x+5}$;

г) $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{t}{t^2-2t+2}e^{-i\omega t}dt$, $\omega>0$.

7. ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

7.1. Решите дифференциальное уравнение, используя преобразование Лапласа:

$$u'''+u'=1,\quad u(0)=u'(0)=u''(0)=0.$$

КИМ 2

6. ТЕОРИЯ ВЫЧЕТОВ

6.1. Найдите все ИОТ функции $f(z)=z^2\sin\frac{1}{z}$, определите их тип и вычислите вычеты.
6.2. Вычислите интегралы:

а) $\oint\limits_{\gamma^+}\frac{e^z}{z^3-4z}dz$, γ^+: $|z-2|=3$;

б) $\int\limits_0^\infty\frac{dx}{\left(x^2+9\right)^2}$;

в) $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\cos x\,dx}{x^2-4x+5}$;

г) $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{t}{t^2+1}e^{-i\omega t}dt$, $\omega>0$.

7. ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

7.1. Решите дифференциальное уравнение, используя преобразование Лапласа:

$$u''-u=\sin t,\quad u(0)=-1,\quad u'(0)=0.$$

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:
– собеседование по теоретическим вопросам;
– практические задания;

Перечень теоретических вопросов к зачету

КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

1. Определение комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа.
2. Формула Эйлера. Формула Муавра. Модуль, аргумент, главное значение аргумента.

3. Геометрическая интерпретация операций над комплексными числами.
4. Сфера Римана. Бесконечно удаленная точка.

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

5. Определение функции комплексного переменного. Элементарные функции:
   5.1. Корень n-й степени.
   5.2. Экспонента.
   5.3. Логарифм.
   5.4. Тригонометрические (sin, cos, tg, ctg) функции.
   5.5. Гиперболические (sh, ch, th, cth) функции.
   5.6. Обратные тригонометрические функции.
   5.7. Обратные гиперболические функции.
   5.8. Общая показательная и общая степенная функции.
6. Выделение главной ветви многозначных функций (на примере 5.1, 5.3, 5.6-5.8).

ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

7. Предел функции. Непрерывность. Определение производной. Определение функции, дифференцируемой в точке.
8. Условия Коши-Римана, как необходимое условие дифференцируемости в точке.
9. Дифференцируемость реальной и мнимой части функции, как необходимое условие дифференцируемости в точке.
10. Достаточное условие дифференцируемости в точке.
11. Способы вычисления производной.
12. Определение аналитической функции. Свойства аналитических функций (непрерывность, аналитичность композиции, уравнения Лапласа).

ИНТЕГРИРОВАНИЕ

13. Определение интеграла по кривой. Свойства интегралов.
14. Теорема Коши для односвязной области.
15. Теорема Коши для многосвязной области.
16. Теоремы о первообразных. Формула Ньютона-Лейбница.
17. Формула Коши.
18. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. Интегральная формула для n-й производной.
19. Теорема Морера. Теорема Лиувилля.
20. Теорема о среднем и принцип максимума модуля.

РЯДЫ

21. Сходимость числового ряда. Признак абсолютной сходимости числового ряда.
22. Сходимость функционального ряда. Признак равномерной сходимости Вейерштрасса.
23. Теорема Вейерштрасса о почленном дифференцировании и интегрировании равномерно сходящихся рядов, состоящих из аналитических функций.
24. Степенной ряд. Теорема Абеля.
25. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.
26. Ряд Лорана. Разложение аналитической функции в ряд Лорана.

ТЕОРИЯ ВЫЧЕТОВ

27. Особые точки. Классификация изолированных особых точек.
28. Способы определения порядка полюса.
29. Определение вычета. Основная теорема о вычетах. Теорема о сумме вычетов.
30. Формулы вычисления вычетов.
31. Вычисление интегралов с помощью вычетов:
    31.1. Контурные интегралы $\oint\limits_{\gamma^+} f(z)dz$.
    31.2. Интегралы вида $\int\limits_0^{2\pi} R(\cos x, \sin x)dx$.
    31.3. Интегралы вида $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$, где $f(x)=\dfrac{P_m(x)}{Q_n(x)}=\dfrac{a_m x^m+\ldots+a_1 x+a_0}{b_n x^n+\ldots+b_1 x+b_0}$.
    31.4. Интегралы вида $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$, где $f(x)=g(x)e^{i\lambda x}=\dfrac{P_m(x)}{Q_n(x)}e^{i\lambda x}$.
    31.5. Интегралы вида $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$, где $f(x)=g(x)\cos(\lambda x)$, $f(x)=g(x)\sin(\lambda x)$.
32. Лемма Жордана.

ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

33. Идея операционного исчисления. Преобразование Лапласа. Область равномерной сходимости и аналитичности.
34. Обратное преобразование Лапласа. Теорема Меллина.
35. Свойства преобразования Лапласа.

Практические задания к зачету

На зачет выносится наиболее емкая и содержательная тема курса – это вычисление интегралов с помощью вычетов. Примеры интегралов:

1. $\oint\limits_{|z|=2} \dfrac{\cos z}{z^2(z-1)}dz$ – контурные $\oint\limits_{\gamma^+} f(z)dz$.
2. $\int\limits_0^{2\pi} \dfrac{dx}{2+\cos x}$ – вида $\int\limits_0^{2\pi} R(\cos x, \sin x)dx$.
3. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \dfrac{dx}{(x^2+1)^2}$ – вида $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \dfrac{P_m(x)}{Q_n(x)}dx$.
4. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \dfrac{(x-1)e^{ix}}{x^2-2x+2}dx$ – вида $\int\limits_{-\infty}^{\infty} g(x)e^{i\lambda x}dx$.
5. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \dfrac{\cos 2x}{x^2-4x+8}dx$ – вида $\int\limits_{-\infty}^{\infty} g(x)\cos(\lambda x)dx$, $\int\limits_{-\infty}^{\infty} g(x)\sin(\lambda x)dx$.